

## نمونه سوالات کتاب جدید التالیف ریاضی ۲

۱- جملات ۸ ام و ۱۵ ام دنباله  $a_n = \frac{3 + (-1)^n}{n}$  را تعیین کنید.

۲- برای هر یک از دنباله های زیر یک جمله عمومی بسازید و با استفاده از آن جاهای خالی را پر کنید.

الف-  $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \dots, \frac{1}{18}$       ب-  $\frac{2}{10}, \frac{3}{100}, \frac{4}{1000}, \dots$

۳- سه واسطه عددی بین ۴ و ۱۵ بیابید.

۴- الف- تفاضل جمله  $m$  ام از جمله  $n$  ام در یک دنباله حسابی چند برابر قدر نسبت آن دنباله است.

ب- نشان دهید در هر دنباله حسابی  $\{t_n\}$  نسبت  $t_8 - t_7$  به  $t_5 - t_4$  عدد ثابتی است. این عدد را بیابید.

۵- در هر قسمت دنباله مناسب تشکیل دهید:

الف- از دریچه سدی با گنجایش ۱۲ میلیون لیتر در هر ساعت ۴۸ هزار لیتر آب خالی می شود. اگر این دریچه باز شود برای حجم آب پشت سد پس از  $n$  ساعت یک دنباله تشکیل دهید.

ب- حقوق کارگری در اول هر ماه ۲۰۰ هزار تومان است اگر ماهانه ۲۰ درصد به دستمزد او افزوده شود دنباله ای بنویسید که حقوق او را در ماه های آتی نشان دهد.

ج- یک موجود تک سلولی در هر دقیقه ۲ برابر می شود ۵۰ عدد از این موجودها داریم با تکمیل جدول زیر جمله عمومی دنباله تعداد این موجودات را بدست آورید.

$n$	۱	۲	۳	۴			
$a_n$ تعداد موجودات	۵۰						

۶- در یک دنباله هندسی جمله هفتم ۲۷ برابر جمله چهارم است جمله سیزدهم چند برابر جمله نهم است.

۷- جملات هر یک از دنباله های زیر به چه عددی نزدیک می شوند:

الف-  $\dots, 27^{1/3}, 27^{1/33}, 27^{1/333}$       ب-  $\dots, 8^{1/666}, 8^{1/66}, 8^{1/6}$

۸- قدر نسبت و جمله عمومی تصاعد عددی زیر را بیابید.  $4 - \sqrt{11}, 5 - \sqrt{11}, 6 - \sqrt{11}$

۹- جمله اول یک تصاعد عددی ۲- و جمله سوم آن ۸- است. جمله چهارم تصاعد را بنویسید.

۱۰- اگر  $1, 2x + 1, x - 2, 3x + 4$  جمله های متولی تصاعدی عددی باشند مقدار  $x$  را بیابید.

- ۱۱- جسمی در حال سقوط در ثانیه اول ۵ متر در ثانیه دوم ۱۵ متر در ثانیه سوم ۲۵ متر سقوط می کند. این جسم در ثانیه هفتم چند متر سقوط می کند؟ در هفت ثانیه اول چند متر سقوط می کند؟
- ۱۲- ثابت کنید  $\log 2, \log 6, \log 18, \log 54, \log 162$  تصاعدی عددی است.

- ۱۳- ثابت کنید اگر  $a, b, c$  و  $x, y, z$  دو تصاعد عددی باشند آنگاه  $a + x, b + y, c + z$  هم تصاعدی عددی است.

- ۱۴- کارخانه ای سه محصول  $A, B, C$  را در دو بازار  $M, N$  می فروشد. تعداد واحدهای محصول فروخته شده

$$P = \begin{bmatrix} A & B & C \\ 3000 & 4000 & 5000 \\ 2000 & 3000 & 1000 \end{bmatrix} \text{ در هر یک ماه معین به صورت ماتریس مقابل است:}$$

$$\text{اگر هزینه هر واحد محصول } K = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix} \text{ و قیمت فروش هر واحد محصول } S = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix} \text{ باشد}$$

- الف- ماتریس  $PS$  را محاسبه و آنرا تعبیر نمایید.  
ب- سود ماهانه را بیابید.

$$15\text{- بازای چه مقادیری از } m \text{ دستگاه } \begin{cases} 2x + my = 1 \\ (m-1)x + y = 3 \end{cases} \text{ جواب ندارد.}$$

$$16\text{- هر گاه } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ آنگاه اعداد حقیقی } \alpha, \beta \text{ را چنان تعیین کنید که } A^\lambda = \alpha A + \beta I$$

$$17\text{- اگر } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3+k & 1 \end{bmatrix} \text{ آنگاه } k \text{ را چنان بیابید که } AB = I.$$

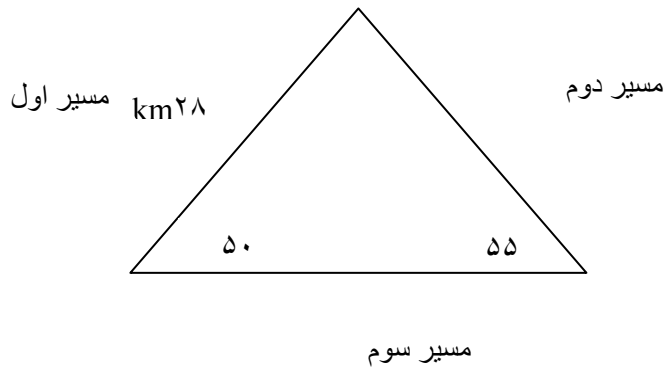
$$18\text{- اگر } 2A - 3I + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- الف- ماتریس  $A$  را بدست آورید. ب- دترمینان  $A$  را بیابید. ج-  $A^{-1}$  را بدست آورید.

- ۱۹- مثلث  $ABC$  به اضلاع  $a = 5, b = 6, c = 7$  مفروض است. اولاً نسبتهای مثلثاتی بزرگترین زاویه این

مثلث را بدست آورید. ثانيا نشان دهید تمام زوایای این مثلث حاده اند. ( توجه:  $\sqrt{96} \cong 9/8$  )

۲۰- مسیر مسابقه پیاده روی عده ای ورزشکار در شکل نشان داده شده است اگر لازم باشد که ورزشکاران دو دور مسیر مسابقه را بپیمایند مسافتی که باید در این مسابقه پیموده شود را بیابید.



۲۱- طول اضلاع متوازی الاضلاعی ۸ و ۱۰ سانتی متر و یکی از زوایای متوازی الاضلاع ۱۵۰ درجه است. الف- مساحت این متوازی الاضلاع را بدست آورید.

ب- طول قطرهای این متوازی الاضلاع را به طور تقریبی بدست آورید.

( توجه کنید که سینوس تمام زوایایی که از برخورد قطرهای حاصل می شوند برابرند، چرا؟ )

۲۲- جدول زیر ارتفاع یک کایت سوار را در زمان های مختلف نشان می دهد ( ارتفاع بر حسب زمان )

۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰	زمان (دقیقه)
۰	۱۵	۴۰	۷۰	۸۰	۸۰	۸۵	۸۰	۱۰۰	ارتفاع (متر)

- این رابطه را با نمودار نمایش دهید و نقاط متوالی را با پاره خط به هم متصل کنید.
  - در چه فاصله زمانی ارتفاع ثابت مانده است؟ در چه فاصله زمانی ارتفاع افزایش یافته است؟
  - آیا زمانی هست که کایت سوار در دو یا چند ارتفاع متمایز بوده باشد؟
  - آیا رابطه فوق تابع است؟ چرا؟
  - با توجه به نموداری که رسم کرده اید، ۵/۵ دقیقه پس از پرش چه ارتفاعی برای کایت سوار پیش بینی می کنید.
- ۲۳- تابع خطی  $f(x) = -x + 2$  مفروض است با هر یک از برد های زیر دامنه تابع را بدست آورید ( می توانید از رسم نمودار کمک بگیرید. )

$$۱) R_f = R$$

$$۲) R_f = R^+$$

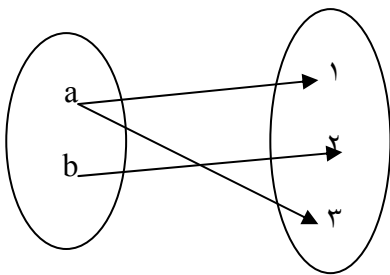
$$۳) R_f = \left\{ 0, 2, \frac{5}{2} \right\}$$

$$۳) R_f = (-1, 3]$$

۲۴- وارون هر یک از روابط زیر را با همان نمایش مشخص کنید. تابع بودن یا نبودن هر رابطه و همچنین رابطه وارونش را تعیین کنید.

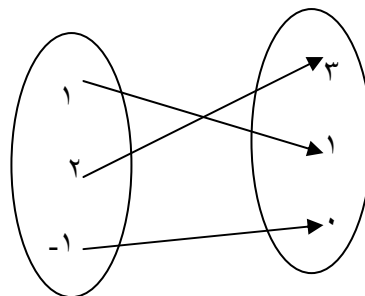
(الف)

x	-۱	۰
y	۱	۱



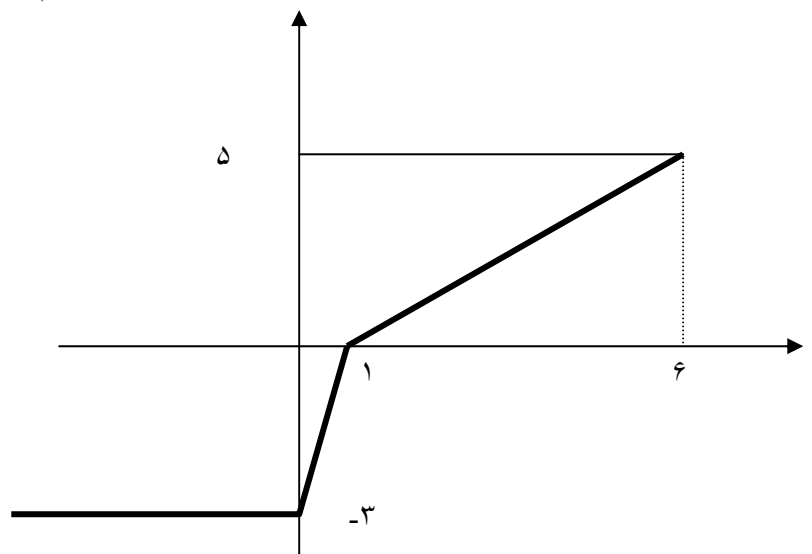
(ب)  $R = \{(0,1), (-1,-1), (0,-1)\}$  (د)

(ج)  $R = \{(1,a)\}$



(د)

۲۵- نمودار روبرو نمودار تابع  $f$  است مطلوبست مقادیر  $f(0), f(-1), f(\frac{1}{2}), f(5)$



۲۶- رابطه  $f = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, x, y \in Z\}$  مفروض است.

الف)  $f$  را بصورت زوج های مرتب بنویسید.

ب) آیا  $f$  یک تابع است؟ چرا؟

۲۷- تابعی مثال بزنید که - دامنه آن سه عضو و برد آن دو عضو داشته باشد.

- دامنه آن دارای بی شمار عضو و برد آن نیز بی شمار عضو داشته باشد.

۲۸- عبارات زیر را تعیین علامت کنید؟

$$۱) A = \frac{-x+5}{x+2}$$

$$۲) C = (x-1)^2 - (2x+1)^2$$

$$۳) B = \frac{|x+2|(3x-1)}{-x(x-1)^2}$$

$$۴) D = x - \frac{1}{x}$$

۲۹- نامعادلات زیر را حل کنید.

$$۱) x^3 - 2x^2 \geq 0$$

$$۲) \frac{x^2 - x}{x^2 + x} \leq 0 \quad ۳) 3 - \frac{2x-3}{x-2} \geq \frac{x-3}{2-x}$$

۳۰- حدود  $x$  را طوری بیابید که نمودار تابع  $\frac{(x^2 + 2x + 1)^3}{(-x-1)^4 |x-1|}$  بالای محور طول ها باشد.

۳۱- دامنه توابع زیر را بدست آورید:

$$۱) f(x) = \frac{4x-1}{|x+3|-6}$$

$$۲) f(x) = \sqrt{-|x-3|}$$

$$۳) f(x) = \frac{2x}{\sqrt{3-5x}}$$

$$۴) f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{|x|-2}$$

۳۲-  $a$  را طوری تعیین کنید که رابطه  $R$  یک تابع باشد.

$$R = \{(3,2), (2,3), (4,-6), (4, a^2 - 5a)\}$$

۳۳- تابع زیر را در نظر بگیرید:

x	۱	۲	۳	۴	۵
y	۳	۵	۷	۹	۱۱

- آیا این تابع یک به یک است؟ معادله ای برای آن بنویسید.
- وارون این تابع را بدست آورید. معادله ای برای وارون آن بنویسید.
- نمودار این تابع و وارون آنرا در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

۳۴- اداره راهنمایی رانندگی یک شهر برای شماره گذاری اتومبیل های آن شهر از طرح زیر استفاده می کند.  
مانند ( ۱۸۹ - ج ) ( یک عدد سه رقمی و یک حرف الفبا = شماره هر اتومبیل )  
تعیین کنید با این طرح چند ماشین را می توان شماره گذاری کرد در صورتیکه:  
الف) تکرار رقم ها مجاز باشد      ب) تکرار رقم ها مجاز نباشد

۳۵- یک فروشنده حیوانات می خواهد ۴ اسب و ۳ ببر را در یک ردیف به نمایش بگذارد این عمل به چند طریق ممکن است هر گاه

- اسب ها در کنار هم و ببرها نیز در کنار هم باشند.
- هیچ دو ببری کنار هم نباشند.
- اسب ها و ببرها یک در میان کنار هم باشند.

۳۶- الف) با ارقام  $\{0,1,\dots,9\}$  چند عدد چهار رقمی بدون ارقام تکراری می توان ساخت.  
ب) چند تا از اعداد قسمت الف) فردند.  
ج) چند تا از اعداد قسمت الف) زوجند.  
د) چند تا از اعداد قسمت الف) بر ۵ بخش پذیرند.  
ه- چند تا از اعداد قسمت الف) بزرگتر از ۶۰۰۰ هستند.

۳۷- شرکتی ساختمانی، خانه هایی با ۵ نقشه متفاوت می سازد و برای هر یک از این خانه ها ۴ نمای متفاوت را می تواند بکار گیرد. همچنین نمای هر خانه به یکی از ۶ رنگ موجود رنگ می شود. مشتری این شرکت چند امکان دارد که خانه ای را از نظر ( نقشه - نما - رنگ ) انتخاب کند.

۳۸- از بین ۸ ایرانی ۶ عراقی و ۵ پاکستانی به چند طریق می توان یک کمیته ۹ نفره شامل ۴ ایرانی ۳ عراقی و ۲ پاکستانی تشکیل داد.

۳۹- هر گاه  $\log 2 = a, \log 3 = b, \log 7 = c$  باشد حاصل عبارات زیر را بر حسب  $a, b, c$  پیدا کنید.

$$۱) \log ۴۲$$

$$۲) \log ۰/۰۶$$

$$۳) \log \sqrt{۶۳}$$

$$۴) \log \frac{۲۴ \times ۷^۲}{۸۱}$$

$$۵) \log ۱۵ + \log ۰/۲۵$$

$$۵) \frac{\log ۳۲}{\log ۲۷}$$

۴۰- معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

$$۱) \log x = \frac{1}{9} \log ۲۷ + \log ۴۹$$

$$۲) \log(x+۳) + \log(x-۳) - \log x = ۳ \log ۲$$

$$۳) \log(x^۳ - x^۲ + ۲) = ۳ \log(x+۱)$$

۴۱- شکل هر دسته از منحنی های زیر را در یک نمودار رسم کنید و وضعیت آنها را نسبت به هم مقایسه کنید.

$$۱) y = \left(\frac{1}{4}\right)^x, \quad y = \left(\frac{1}{4}\right)^x + ۳, \quad y = \left(\frac{1}{4}\right)^x - ۱$$

$$۲) y = ۲^x, \quad y = ۲^{x-1}, \quad y = ۲^{x+1}$$

$$۳) y = \left(\frac{1}{3}\right)^x, \quad y = \left(\frac{1}{3}\right)^x, \quad y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$$

گروه آموزش ریاضی استان زنجان